

文章编号: 1000-8055(2010)01-0087-05

进口总压随机脉动的数值模拟方法

王志强, 胡 骏, 李 亮, 蒋大智, 赵运生
(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 为了能用数值计算方式模拟动态总压畸变对航空发动机稳定性的影响, 首先要模拟出进口总压的随机脉动过程. 根据进口总压随机脉动的正态分布特点及相关性特征, 获得了带有指数自相关函数的动态总压畸变的随机过程, 同时分析了积分时间常数、时间步长以及时间长度等参数对所生成的总压随机脉动过程的影响. 结果表明, 为了获得较好的模拟效果, 时间步长应取得较小, 时间长度应取得足够的长, 而积分时间常数对模拟的可靠性则影响不大.

关 键 词: 压缩系统; 稳定性分析; 畸变; 随机压力脉动; 数值模拟

中图分类号: V231.3

文献标识码: A

Numerical simulation method for stochastic fluctuation of inlet total pressure

WANG Zhi-qiang, HU Jun, LI Liang, JIANG Da-zhi, ZHAO Yun-sheng

(College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to simulate the influence of the dynamic inlet total pressure distortion on the stability of the aero-engine, the stochastic fluctuation of the pressure should be first simulated. The inlet total pressure stochastic fluctuation process was simulated on the base of the normal school and auto correlation characteristic of the inlet total pressure stochastic fluctuation, and the influence of the integral time constant, time-step and time-length on the inlet total pressure stochastic fluctuation process was analyzed. The results show that the shorter time-step and longer time-length can obtain better simulate result, but the integral time constant does not affect the simulate result.

Key words: compression system; stability analyze; distortion; stochastic fluctuation; numerical simulation

进口流场畸变是影响发动机稳定性的主要降稳因子之一. 进口总压畸变引起稳定裕度损失是稳定性评定中的重要内容^[1]. 在研究进口总压畸变对发动机稳定性的影响时, 发现在进气畸变的情况下经常遇到的不仅是表征气流参数稳态不均匀性的稳态畸变, 而且同时存在着表征随时间变化的随机紊流参数的动态畸变. 这种由气流不规则紊流运动而产生的气流脉动, 会在压气机进口产生具有随机性质且方向各异、尺度不同的旋涡

结构, 从而引起流速、压力的脉动.

美、英等国早在 60 年代就开始了动态畸变试验的研究工作^[2]. 如文献[3]根据测量得到的进口总压脉动的均方根和功率谱密度函数来分析和预测其瞬态最大畸变值. 文献[4]利用气动截面获得的总压稳态值以及总压脉动的均方根、高斯概率密度方程和自功率谱密度方程计算出时变的随机总压序列的幅值和频率分布, 得到总压的等值图和最大脉动值. 文献[5]利用计算流体动力学

收稿日期: 2008-12-23; 修订日期: 2009-04-23

作者简介: 王志强(1981-), 男, 江苏太仓人, 博士生, 主要从事叶轮机气动力学研究.

(CFD)技术与畸变合成技术相结合来预测动态总压畸变及其对发动机稳定性的影响.以上这几种方法都主要是通过获得进口流场的瞬态最大畸变值来研究动态畸变对发动机稳定性的影响.

我国的国军标规定采用综合畸变指数来进行发动机的稳定性评定.综合畸变指数由两个分量组成,分别是定常的周向畸变指数和由脉动压力引起的动态畸变指数^[6].因此,研究动态总压畸变对发动机稳定性的影响是我国航空发动机研制过程中必不可少的科目.

研究进气畸变对发动机稳定性的影响,可运用实验和数值模拟两种方法.其中实验研究是最直接、有效的方法,但是其缺点是研究周期长、费用高,对测量系统和测试技术的要求高,并且只有在实物加工好以后才能进行;随着计算机技术的发展,以及对发动机稳定性问题认识的加深和实验数据的积累,数值模拟方法在发动机稳定性评定及分析中起着越来越重要的作用.运用数值模拟方法可以在方案设计和工程设计等阶段进行发动机稳定性分析及评定,并可以模拟发动机整个使用范围内的各种科目.

此外,如文献[7]所述,进口总压脉动的强度及其涡旋尺度对发动机稳定性的影响都是不可忽略的.但是直接用实验手段测量这两者对发动机稳定性的影响则存在较大的难度,而采用数值模拟的方法则可以比较方便的研究不同脉动强度及其涡旋尺度对发动机稳定性的影响.因此,发展研究动态压力畸变对发动机稳定性影响的数值模拟方法显得十分必要.

目前,用于研究发动机稳定性的数值计算分析模型有很多,如平行压气机模型、激盘/半激盘模型以及彻体力模型等,但是在用这些模型研究动态畸变对发动机稳定性的影响时,都必须给一个压力随时间脉动变化的进口边界条件.

本文结合进口总压随机脉动的物理特征和平稳随机过程的相关理论创建进口总压脉动的随机过程,以此作为用数值方法模拟进口动态总压畸变对发动机稳定性影响的进口边界条件.

1 随机压力脉动的数值模拟

1.1 进口总压随机脉动的描述

发动机进口的总压畸变是由稳态总压畸变和动态总压畸变两部分组成的.动态总压畸变是指进口总压的随机脉动形式,即

$$p^*(t, \theta) = p_0^*(\theta) + \Delta p^*(t) \quad (1)$$

其中 $p_0^*(\theta)$ 是稳态的周向畸变,可视为非零的数学期望值. $\Delta p^*(t)$ 为总压的随机脉动,可以将其认为是平稳随机过程^[8].

发动机进口实物通道和模型进气道的实验测量结果表明,该总压随机脉动的归一化自相关函数可用下式近似表示^[1]:

$$\overline{R}(\tau) = \exp\left[-\frac{\tau}{\tau_e}\right] \quad (2)$$

式中 τ_e 为积分时间常数.

由维纳-辛钦公式可得这种形式的自相关函数所对应的标准单边功率密度函数为

$$\overline{S}(f) = \frac{4\tau_e}{1 + (2\pi f\tau_e)^2} \quad (3)$$

式中 f 为脉动频率.

因此,用于描述动态压力畸变的脉动压力随机过程必须具有方程(2)和方程(3)所描述的数学特性.

1.2 进口总压随机脉动过程的模拟方法

本文采用如下方法产生这一随机过程:

首先,利用中心极限定理来产生近似服从正态分布的随机数.中心极限定理^[8]指出,若 $x_1, x_2, \dots$ 为独立同分布的随机变量,且其数学期望为 μ , 方差为 σ^2 , 则随机变量

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

其期望值 $E(\bar{x}) = \mu$, 方差 $D(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}$, 对任意实数 x , 有

$$P\left[\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq \pi\right] \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\pi} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (4)$$

因此,若 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是从总体 $F(x)$ 中取出的一组随机样本,则随机变量

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma}$$

可以近似地看成是服从 $N(0, 1)$ 分布的随机数.

取 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为 $(0, 1)$ 上相互独立的均匀分布随机变量列,这时 $\mu = \frac{1}{2}$, $\sigma^2 = \frac{1}{12}$. 若取 $n = 12$ (统计性可比较理想),则可按如下方式产生近似服从 $N(0, 1)$ 分布的随机数:

1) 产生 12 个 $(0, 1)$ 上相互独立的均匀分布随机数 $x_1, x_2, \cdots, x_{12}$;

2) 计算
$$u = \sum_{i=1}^{12} x_i - 6 \tag{5}$$

则 u 即为近似服从 $N(0, 1)$ 分布的随机数.

然后, 根据线性滤波法模拟随机过程的方法, 将得到的标准正态分布的随机数, 根据给定的积分时间尺度, 通过下列公式可转化成常指数自相关函数的随机过程

$$y_{i+1} = \sqrt{1 - b^2} u_{i+1} + by_i \tag{6}$$

式中 $b = \exp\left[-\frac{\Delta t}{\tau_c}\right]$, u_i 为原始的白色杂波, Δt 为量化过程的时间步长.

采用上述的计算方法, 可以获得带有指数自相关函数的随机过程.

2 随机压力脉动模拟的结果分析

为了验证通过以上方法生成的进口总压脉动的随机过程是否合理, 需要将其自相关函数以及自功率谱密度与方程(2)和方程(3)所描述的数学特性进行对比(在下文中将方程(2)和方程(3)所描述的数学特性称为模拟的目标值, 将模拟生成的随机过程的数学特性称为模拟值). 由于用数值模拟方法生成的随机过程与积分时间常数 τ_c 以及时间步长 Δt 有关, 且其数学特性也与所生成的随机过程的时间长度 t 有关, 所以本文分别针对不同的积分时间常数 τ_c 、时间步长 Δt 及随机过程的不同时间长度 t 进行比较分析, 以确定这 3 个参数对所生成的总压脉动随机过程的影响.

2.1 积分时间常数 τ_c 的影响

为了研究 τ_c 对所模拟的随机过程的影响, 本文在模拟时间步长 $\Delta t = 0.1 \text{ ms}$, 时间长度 $t = 500 \text{ s}$ 的情况下, 分别取 $\tau_c = 4, 6, 8 \text{ ms}$ 的情况进行对比研究.

在 $\tau_c = 6 \text{ ms}$ 时模拟得到的总压脉动随机过程表示在图 1 中, 其横坐标为时间, 纵坐标为总压脉动量与总压平均值的比值. 该随机过程的自相关函数和功率谱密度分别表示在图 2、图 3 中.

图 2、图 3 分别显示了取不同 τ_c 值时, 所生成的随机过程的自相关函数随相关时间 τ 的变化过程, 以及自功率谱密度随频率 f 的变化过程. 从图 2 中可以看到, 对于不同的 τ_c , 归一化的自相关函数 $\bar{R}(\tau)$ 的数值模拟结果与目标值都吻合得较好, 尤其是在相关时间 $\tau < 20 \text{ ms}$ 时, 而在 $\tau \geq$

20 ms 的时候, 两者稍有偏差, 但数值模拟结果还是在目标值附近波动, 两者的结果基本是一致的. 从图 3 中可以看出, 数值模拟得到的归一化的自

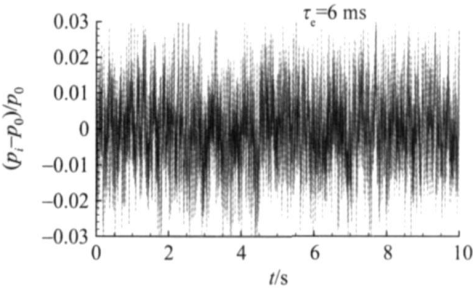


图 1 数值模拟得到的进口总压随机脉动过程
Fig. 1 Inlet total pressure stochastic vibration process

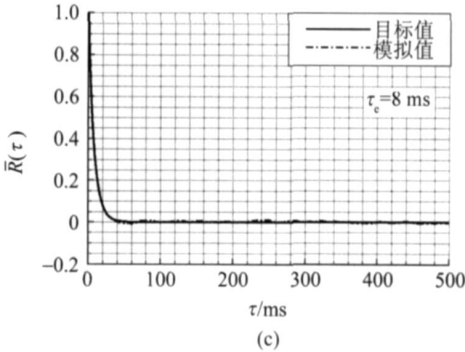
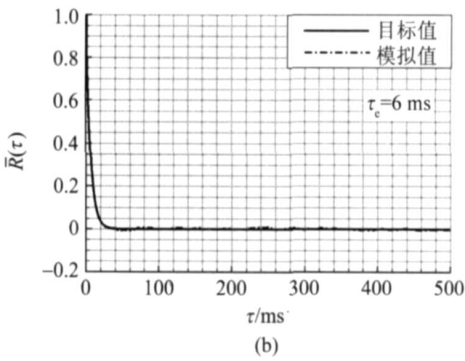
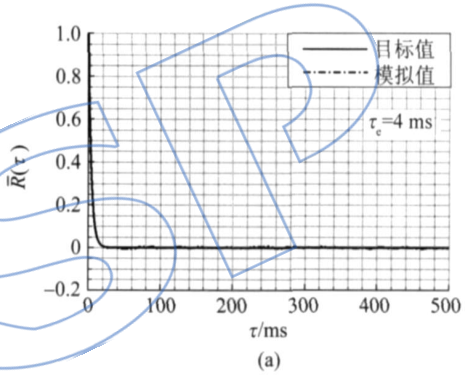
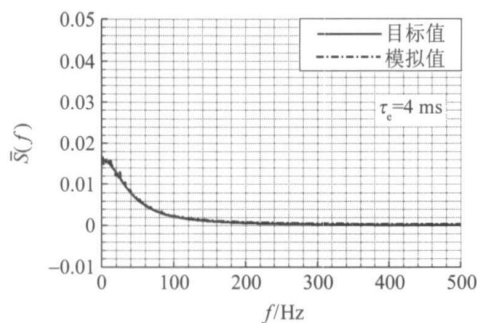
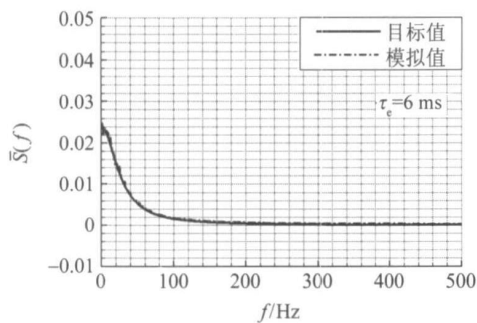


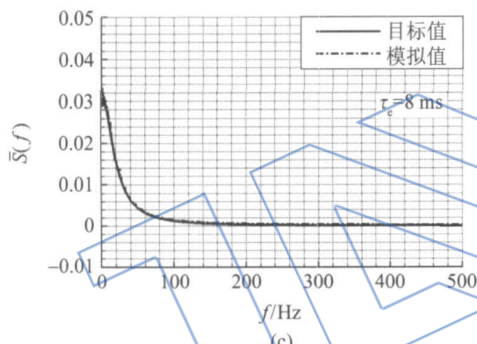
图 2 随机过程的自相关函数
Fig. 2 Self-correlation function of the stochastic process



(a)



(b)



(c)

图3 随机过程的功率谱密度

Fig. 3 Auto-power spectra of the stochastic process

功率谱密度 $\bar{S}(f)$ 与目标值也都吻合得较好, 两者的变化趋势基本是一致的. 在频率 $f \geq 100$ Hz 时两者符合得较好, 而在 $f < 100$ Hz 时两者之间稍有偏差, 但偏差很小, 并不明显.

从图2、图3还可以看出不同的 τ_c 所模拟生成的随机过程的自相关函数以及自功率谱密度的分布形式是不同的, 但模拟值与目标值都符合得比较好. 这说明取不同的积分时间常数 τ_c , 只会影响自相关函数以及自功率谱密度的分布形式, 而对模拟的可靠性不会产生太大的影响.

2.2 时间步长 Δt 的影响

为了研究时间步长 Δt 对所生成的随机过程的影响, 本文在 $\tau_c = 6$ ms、时间长度 $t = 500$ s 的情况下, 分布取 $\Delta t = 1, 0.5, 0.1$ ms 三种情况, 进行对比研究. 结果显示于图4和图5中.

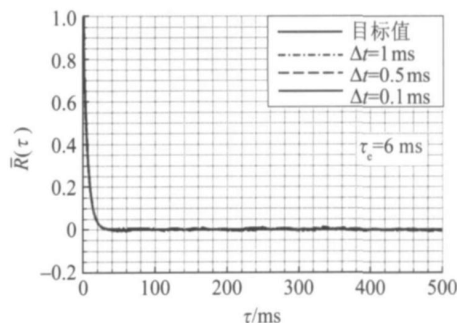


图4 不同时间步长时随机过程的自相关函数

Fig. 4 Self-correlation function of the stochastic process at different time steps

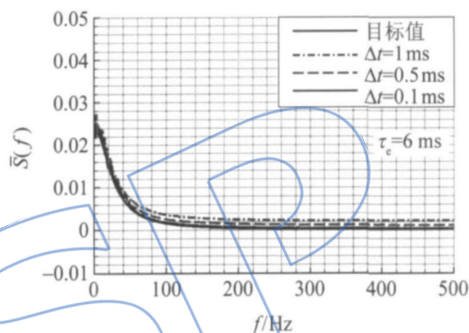


图5 不同时间步长时随机过程的功率谱密度

Fig. 5 Auto-power spectra of the stochastic process at different time steps

图4为不同时间步长时, 模拟生成的随机过程的自相关函数 $\bar{R}(\tau)$ 随相关时间 τ 的变化过程. 从图4可以看出不同时间步长时, 数值模拟的结果与目标值都比较吻合, 这说明时间步长对自相关函数的影响很小, 是可以忽略的.

图5为不同时间步长时, 模拟生成的随机过程的自功率谱密度随频率 f 的变化过程. 从图5可以看出不同的时间步长所模拟得到的随机过程的自功率谱密度 $\bar{S}(f)$ 是不同的. 当时间步长足够小时 ($\Delta t = 0.1$ ms), 数值模拟的结果与目标值吻合得较好; 但当时间步长增加时, 模拟结果会偏离目标值, 且时间步长越大, 偏离量也越大, 模拟结果越不可靠. 从以上的分析可以看出, 要得到较好的模拟结果, 时间步长应该取得足够的小.

2.3 时间长度 t 的影响

虽然总压脉动随机过程的产生只与积分时间长度 τ_c 及时间步长 Δt 有关, 但是在计算随机过程的数学特性时却还与随机过程的时间长度 t 有关. 为了分析随机过程的时间长度 t 对其数学特性的影响, 本文在 $\tau_c = 6$ ms, $\Delta t = 0.1$ ms 的情况下, 分别计算了时间长度 t 为 10, 50 s 以及 500 s

时的随机过程的数学特性,如图 6 和 7 所示。从图 6、图 7 中可以看出,时间长度较小时,数值模拟结果与目标值相差较大,主要表现为在 $\tau \geq 20$ ms 时,自相关函数 $\bar{R}(\tau)$ 的模拟值与目标值相差较大,在 $f < 100$ Hz 时,自功率谱密度 $\bar{S}(f)$ 的模拟值与目标值也相差较大。随着时间长度的增加,数值模拟结果与目标值越来越接近,当时间长度 t 足够大时($t = 500$ s),模拟值与目标值吻合得比较好。这说明要得到较好的模拟结果,模拟的时间长度 t 应该取得足够的大。

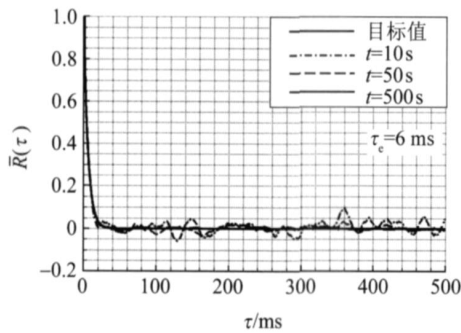


图 6 不同时间长度时随机过程的自相关函数
Fig. 6 Self-correlation function of the stochastic process at different time lengths

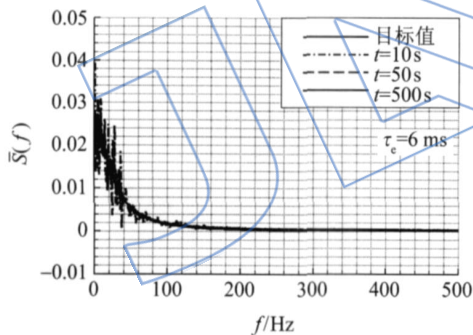


图 7 不同时间长度时随机过程的功率谱密度
Fig. 7 Auto-power spectra of the stochastic process at different time lengths

从以上结果的对比和分析可以看出,本文结合进口总压随机脉动的物理特征和平稳随机过程的相关理论所创建的进口总压脉动的随机过程,是可以模拟实际的总压随机脉动过程的。在时间步长 Δt 和时间长度 t 等参数取得合理的情况下,模拟生成的随机过程的数学特性与目标值吻合得较好,可以将其作为用数值方法研究动态总压畸变对发动机稳定性影响的进口边界条件。

3 结 论

1) 本文采用随机数相关理论,获得了指数自

相关函数的动态总压畸变的随机过程。且该随机过程的自相关函数及功率谱密度与目标值吻合得较好。该随机过程的获得为进口总压动态畸变对发动机稳定性影响的数值模拟研究提供了重要的基础,为建立其动态数学模型提供了重要依据。

2) 积分时间常数 τ_c 只会对自相关函数以及自功率谱密度的分布形式产生影响,而对模拟的可靠性不会产生太大的影响。

3) 时间步长 Δt 对随机过程自相关函数的影响是可以忽略的,但是对其自功率谱密度却有较大的影响,因此为了获得较好的模拟结果,时间步长应该足够的小。

4) 时间长度 t 对随机过程的自相关函数以及自功率谱密度都有较大的影响。时间长度越长,模拟得到的随机过程的自相关函数以及自功率谱密度与目标值吻合得越好。所以为了得到较好的模拟结果,模拟的时间长度应该足够的长。

参考文献:

[1] 刘大响,叶培梁,胡骏,等. 航空燃气涡轮发动机稳定性设计与评定技术[M]. 北京:航空工业出版社,2004.
[2] 王勤. 在动态畸变流场中的脉动压力统计特性初探[J]. 航空发动机,2000,(2):14-20.
WANG Qin. Investigate the statistical characteristic of fluctuation pressure in the dynamic distortion flow field [J]. Aeroengine, 2000,(2):14-20. (in Chinese)
[3] Melick H C, Jr, Ybarra A H, Bencze D P. Estimating maximum instantaneous distortion from inlet total pressure RMS and PSD measurements [R]. AIAA Paper 75-1213.
[4] Motycka D L. Determination of maximum expected instantaneous distortion patterns from statistical properties of inlet pressure data[R]. AIAA Paper 76-705.
[5] John A L, William P N. Dynamic inlet distortion predictions using a CFD/distortion synthesis approach [R]. AIAA Paper 98-2735.
[6] 国防科学技术工业委员会. GJB/ Z64A-2004(K) 航空涡轮喷气和涡轮风扇发动机进口总压畸变评定指南[S]. 北京:国防科学技术工业委员会,2004.
[7] 王勤,刘世官,王振华. 某型发动机进气总压畸变流场中涡旋尺度的计算及其变化特性[J]. 航空发动机,2003,29(2):29-33.
WANG Qin, LIU Shiguan, WANG Zhenhua. Characteristic and calculation of eddy scale in total pressure distortion flow at typical engine inlet[J]. Aeroengine, 2003, 29(2):29-33. (in Chinese)
[8] 盛骤,谢式千,潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京:高等教育出版社,1989.